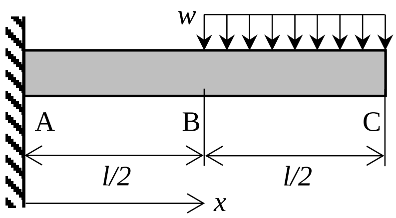
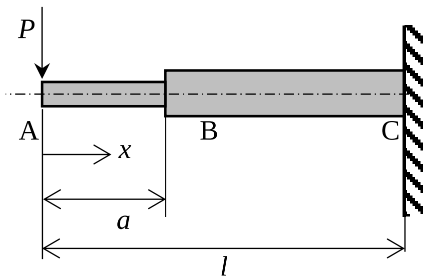
材料力学 II　演習課題（第 5 章分）

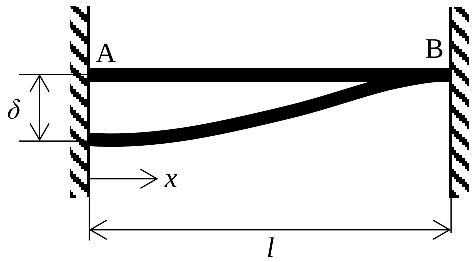
１．下図のように部分的に等分布荷重 w を受ける片持ち梁のたわみ曲線および自由端のたわみを求めよ．ただし，はりの曲げ剛性を EI とする．



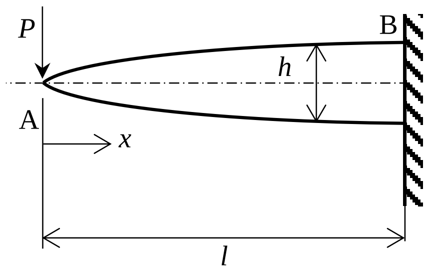
２．下図のように自由端に集中荷重を受ける段つき片持ち梁がある．AC 間で曲げ剛性が EI，BC 間で nEI（n>0）のとき，自由端 A でのたわみを求めよ．



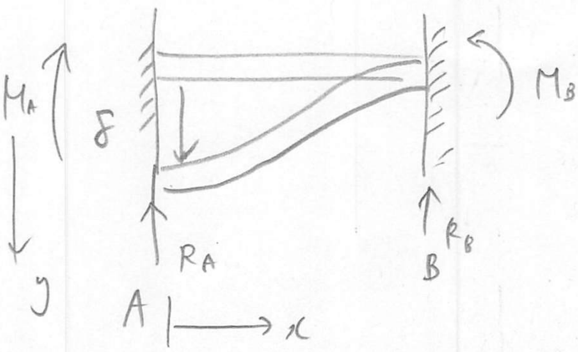
３．下図のように両端固定はりの一端 A を δ だけ下方に移動した．両端の支点反力と固定モーメントを求めよ．



４．下図のように，片持ち梁の自由端 A に集中荷重 P を与えた．このとき，梁の上下面に生じる曲げ応力が一様となるように高さ h を決定せよ．



3.

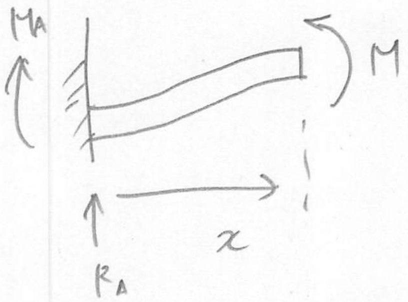


力のつり合いより

$$R_A + R_B = 0 \quad \text{—①}$$

モーメントのつり合いより

$$M_A = M_B \quad \text{—②}$$



← において

$$M(x) = M_A + R_A x \quad \text{—③}$$

よって

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = -M = -(M_A + R_A x) \quad \text{—④}$$

$$EI\frac{dy}{dx} = -M_A x - R_A\frac{x^2}{2} + C_1 \quad \text{—⑤}$$

$$EIy = -\frac{M_A x^2}{2} - R_A\frac{x^3}{6} + C_1 x + C_2 \quad \text{—⑥}$$

$x=0$ で $\frac{dy}{dx}=0$ より ⑤から

$$0 = C_1 \quad \text{—⑦}$$

$x=0$ で $y=\delta$ より ⑥から

$$C_2 = EI\delta \quad \text{—⑧}$$

$x=l$ で $\frac{dy}{dx}=0$ より

$$0 = -M_A l - \frac{R_A l^2}{2} \quad \text{—⑨}$$

$x=l$ で $y=0$ より

$$0 = -\frac{M_A}{2}l^2 - \frac{R_A l^3}{6} + EI\delta \quad \text{—⑩}$$

⑨ $\times \frac{l}{2}$ − ⑩

$$-\frac{R_A l^3}{4} + \frac{R_A l^3}{6} - EI\delta = 0$$

$$-\frac{R_A l^3}{12} = EI\delta$$

$$\therefore \quad R_A = -\frac{12EI\delta}{l^3} \quad \text{—⑪}$$

//

⑨, ⑪ より

$$M_A = \frac{l}{2} \cdot \left(\frac{-12EI\delta}{l^2} \right) = -\frac{6EI\delta}{l}$$

//

② より

$$M_B = -\frac{6EI\delta}{l}$$

//

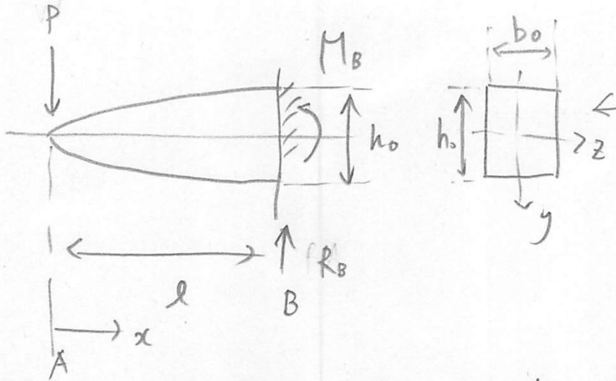
① より

$$R_B = \frac{12EI\delta}{l^3}$$

//

//

4



この断面の情報をプリントに載せ忘れてました

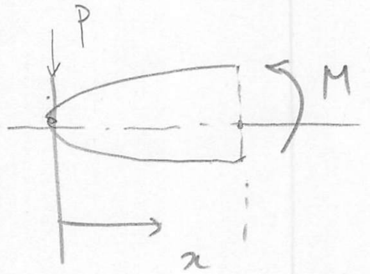
はりの上下面に発生する曲げ応力 σ は

$$\sigma = \frac{M}{I} y \Big|_{y=\pm\frac{h_0}{2}}$$ である ―①

力のつり合いとモーメントのつり合いより

$$R_B = P, \quad M_B = -Pl$$

よって



$$M = -Px \quad ―②$$

長方形断面での断面二次モーメント I は

$$I = \frac{b_0 h^3}{12}$$ （ここで b_0 は常に一定，h は x の関数，$h = h_0$ @ $x = l$） ―③

となるので ①〜③ より

$$\sigma = \frac{-Px}{\frac{b_0 h^3}{12}}\left(\pm\frac{h_0}{2}\right) = \pm\frac{6Px}{b_0 h^2}$$

$|\sigma|$ が $x = 0 \sim l$ で一定とすれば

任意の x における σ → $\dfrac{6Px}{b_0 h^2} = \dfrac{6Pl}{b_0 h_0^2}$ ← Bでの σ ―④ となる必要がある．

以上より $\dfrac{x}{h^2} = \dfrac{l}{h_0^2} \iff \underline{h = h_0\sqrt{\dfrac{x}{l}}}$ //